

УДК 51-7

## Математическая модель фазовых переходов в сложных информационно-определенных системах

**Ленников Роман Витальевич** – ассистент кафедры Вычислительной механики и математики Тульского государственного университета.

*Аннотация:* Предложена модель принятия новаций в сложных информационно-определённых системах через процесс фазового перехода. Дана интерпретация фазового перехода в связке с параметром энтропии. Реализация процесса перехода объектов системы из одного кластера в другой следует логистическому уравнению.

*Ключевые слова:* Математическая модель, сложная информационно-определенная система, логистическая кривая, логистическое уравнение, энтропия.

В сложной информационно-определённой системе в определенные моменты начинает формироваться новая структура, процесс появления которой является фазовым переходом [3].

Рассмотрим переход объектов информационной системы из одной группы в другую посредством некоторой системной новации.

Пусть среди  $n$  объектов, имеющих в обществе  $m$  объектов относятся к информационному кластеру, тогда  $k$  единиц составляют неинформационный кластер. Число способов деления  $n$  элементов на два кластера, содержащие соответственно  $k$  и  $n-k$  элементов есть величина:



Л. Больцман определил энтропию:



где  $k_B$

– постоянная Больцмана,  $k$

– некоторая константа. Наиболее вероятным считается состояние, которое реализуется наибольшим числом способов при существующих условиях.

Соотношение



можно считать некоторой интегральной функцией, зависящей от наполненности подсистем двух видов. Таким образом, процесс перехода элементов системы из одной подсистемы в другую неразрывным образом связан с изменением энтропии в системе.

Скорость изменения энтропии, при изменении  $\Delta n$  наполненности каждого кластера на один элемент ( $\pm 1$ ) может быть описана

уравнением:



.

В этом случае скорость воспроизводства энтропии описывается уравнением:



.

Скорость изменения энтропии можно рассматривать как внутреннее время



, связанное с изменением энтропии (энтропийное время, связанное с изменением структуры системы).

Используя энтропийное время



, получим уравнение, описывающее динамику перехода элементов из одного кластера в другой:



.

Переходя к относительным величинам объема



, получим логистическое уравнение:

$$\dot{x} = \lambda x (1 - x)$$

где  $x$  – доля элементов, составляющих информационную группу.

Таким образом, процесс перехода элементов из одного кластера в другой представляющий собой диффузию новаций, описывается логистическим уравнением.

Распространение системной новации – кумулятивный процесс, динамика которого, подчиняется обобщенному логистическому закону:

$$\dot{x} = \lambda x (1 - x) - \mu x$$

где  $x_{\min}$  и  $x_{\max}$  – минимальный и максимальный уровень показателя эффективности новации  $x$ ,  $\tau$  носит смысл внутреннего времени.

Решением данного уравнения служит функция:

где

В рассматриваемой модели время течет нелинейно, а пропорционально функции  $\tau(t)$ . Поэтому вид решения существенно зависит от функции  $\tau(t)$ .

Полученные уравнения являются нелинейными. При этом для описания динамики системы необходимо учитывать влияние энергетических затрат на

Если ввести обозначение

, где

связан с информацией о количестве элементов в виде  $N$ , то соотношение, описывающее

где

- главный структурный параметр, параметр связности;
- мера внешнего инновационного воздействия;

– характеристики системы на каждой стадии,

Величина  $\tau(t)$  зависит от мерности пространства, в котором

– доля элементов, перешедших в новое состояние информационного развития,

Если рассмотреть в качестве исходного состояния

случайной величины-индикатора

соответствующего производству энтропии-информации (производная

данной функции от времени  $t$  является мерой скорости изменения энтропии-информации)

