УДК 514.7

Движение специальной метрики в касательном расслоении Риманова пространства в TV_3

Юмагузина Алиса Ильнуровна – студентка физико-математического факультета Башкирского государственного педагогического университета имени М. Акмуллы.

Аннотация: В данной статье рассматривается V3-трёхмерное Риманово пространство. Над этой базой строится касательное расслоение T(V3) с метрикой. Задача состоит в том, чтобы отыскать операторы движения и гомотетии этой метрики.

Ключевые слова: Риманово пространство, операторы изометрии, инфинитезимальные движения, метрика, движения, гомотетия.

Пусть V_3-трехмерное Риманово пространство с метрикой

$$(g_{ij}) = e^{2x^3}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

, допускающее группу гомотетий.

В касательном расслоении $T(V_3)$ построим синектическую метрику[1]:

$$G=\begin{pmatrix} x^{n+s}\partial_s g_{ij}+a_{ij} & g_{ij} \\ g_{ij} & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Поставим вопрос отыскания инфинитезируемых движений этой метрики так, чтобы они определялись векторными полями, проектирующимися на векторы изометрии и гомотетии базы.

Такие векторные поля имеют вид:

$$\begin{aligned} X &= \xi^i \frac{\partial}{\partial x^i} + (x^{n+s}\partial_s \xi^i + \eta^i)\frac{\partial}{\partial x^{n+i}} \\ Y &= v^i \frac{\partial}{\partial x^i} + (x^{n+s}\partial_s v^i - c x^{n+i} + w^i)\frac{\partial}{\partial x^{n+i}} \end{aligned} \quad (2)$$

Где ξ - изометрия базы, v - гомотетия базы, c – гомотетическая постоянная.

Операторы изометрии имеют вид:

$$\begin{aligned} &X_1=\frac{\partial}{\partial x^1};\ X_2=\frac{\partial}{\partial x^2};\ X_3=x^2\frac{\partial}{\partial x^1}+x^3\frac{\partial}{\partial x^2}; \\ &X_4=2x^1\frac{\partial}{\partial x^1}+x^2\frac{\partial}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial x^3};\ X_5=\frac{\partial}{\partial x^3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим V_3 - трехмерное пространство, допускающее максимальную группу G_5 нетривиальных гомотетий. Это пространство с метрикой

$$dS^2 = \psi(x^3)(2dx^1x^3 - dx^{2^2}),\ \text{где}\ \psi(x^3) = e^{2x^3}$$

где V_1 ... V_4 - подгруппа движений и W - подгруппа движений с постоянной c=2.

В $T(V_3)$ рассмотрим синектическую метрику (1), где

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Коэффициенты a_{ij} имеют значения:

$$\begin{aligned} &a_{11} = 0;\ a_{12} = Bx^3e^{2x^3}; \\ &a_{13} = -e^{2x^3}(C(x^2)^2 + Dx^2); \\ &a_{22} = e^{2x^3}(C(x^2)^2 + 2Cx^1 + 2Fx^2); \\ &a_{23} = Bx^1e^{2x^3} + Kx^2;\ a_{33} = 0. \end{aligned} \qquad (4)$$

Операторы изометрии в $T(V_3)$ будут определяться из условия:

$$L_{\overline{X}}G_{\alpha,\beta} = 0 \qquad (5)$$

Расписываем (5) по различным индексам:

$$\begin{aligned} &1)\alpha = n+i, \beta = n+j; \\ &2)\alpha = n+i, \beta = j; \\ &3)\alpha = i, \beta = j. \end{aligned} \qquad (6)$$

Задача сведется к интегрированию системы

$$L_{\bar{w}} g_{ij} + L_{\bar{v}} a_{ij} = 0$$

Интегрируя эту систему, получим операторы изометрии в T(V3), проектирующиеся на изометрии и гомотетии базы.

Список литературы

1. Талантова Н. В, Широков А. П, Замечание об одной метрике в касательном расслоении. Изв. вузов Матем., 1975, №6 с. 143 – 146.

{social}