Комплексные показатели критериев оценки при моделировании сложных экологических систем

Ефремова Наталия Алексеевна – кандидат физико-математических наук, доцент Московского государственного машиностроительного университет.
(МАМИ, г.Москва)

Аннотация: Математическая модель с комплексными показателями и с оценками качества принимаемых оптимальных вариантов на каждом уровне сложных иерархических структур экологии рассматривается в данной работе.

Ключевые слова: Последовательный анализ вариантов, иерархическая структура, оптимизация, комплексный критерий, оценка, качество.

Биосфера – сложнейшая нелинейная система, развивающаяся в силу законов самоорганизации. И при этом она крайне неустойчива [1].

Как получить сравнительную оценку качества объекта, рассматриваемого как подсистему определенного уровня иерархии сложной системы и всей экологической системы в целом, если каждая из её подсистем является самостоятельным объектом, имеющим собственные критерии, в общем случае, не тождественные критериям других подсистем и системы в целом? Как установить условия согласования сравнительных оценок качества в такой иерархической структуре? Известны (см., например, [2]) методы анализа и сравнительной оценки качества сложных технических систем в иерархических структурах, разработаны соответствующие информтехнологии. Аналогичные методы и алгоритмы могут быть построены и для сложных экологических систем.

Опишем иерархическую структуру сравнительной оценки качества:

На j – ом уровне, $j = 0,1,\ldots k$, схемы сравнения каждый объект представим вектором x_j, $x_j \in X_j$

$, x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \ldots, x_{jn})$

Так, если мы рассматриваем водную экосистему, вектор x_j - формализация качества воды, где x_{ji} - отдельная измеряемая характеристика: биомасса «цветущих» водорослей или концентрация радионуклидов. С повышением номера уровня осуществляется сравнение подсистем более простой внутренней структуры (от биома к экосистеме, и от экосистемы к популяции, от вида к подвиду, от подвида к отдельной особи). Компоненты вектора , не являющиеся характеристиками подсистем j-го уровня, считаются параметрами, выражающими свойства подсистем других уровней.

Так, в качестве критериев на *j*-ом уровне могут выступать: здоровье населения, экономика. На более детальном – динамика ценных (опасных) веществ, динамика популяций (хозяйственно-полезных или вредных, особо охраняемых и т.д.) Очевидно, что эти критерии взаимосвязаны, каждый из них может являться конечной целью прогноза, и для них может быть установлена зависимость от качества, например, воды. При этом очевидно, что взаимодействие различных критериев не сводится только к состоянию воды.

В данной работе предлагается применить иерархическую структуру комплексных показателей для оценки состояния экосистемы. В методе комплексного показателя [3] задается определенный вид свертки критериев $\varphi i, i=1,\bar{}m$, в единый комплексный, содержащий некоторые константы. Значения этих констант определяются экспертами и интерпретируются как коэффициенты важности или весомости. Лучшим признается объект, обеспечивающий экстремальное (максимальное или минимальное) значение комплексного критерия F.
Качество объекта признается высоким, если он имеет лучшее, чем эталон значение критерия F. Комплексный критерий может принимать вид:

$$F_1(x) = \sum_{i=1}^{m} \mu_i \varphi_i(x) + \mu_0$$

или

$$F_2(x) = \sum_{i=1}^{m} \mu_i \varphi_i^2(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \varphi_i(x) + \mu_0$$

где $\mu_i, \lambda_i, \ i = \overline{0,m}$ *,– некоторые весовые коэффициенты.*

Высокое значение *F(x)* может достигаться за счет одного или нескольких критериев при весьма низких значениях остальных критериев.

Этот недостаток в меньшей мере присущ $F_2(x)$.

Рассмотрим смысл весовых коэффициентов, например, для $F_1(x)$.

Для этого перепишем $F_1(x)$ в виде:

$$F_1(x) = \mu_1(\mu_0 / \mu_1 + \varphi_1(x) + \sum_{i=2}^{m} \mu_i / \mu_1 \varphi_i(x)) = \mu_1(\lambda_0 + \varphi_1(x) + \sum_{i=2}^{m} \lambda_i \varphi_i(x)), \text{ где } \lambda_i = \mu_i / \mu_1$$

Коэффициент λ_i показывает, на какую величину надо изменить значение i - го критерия при изменении значения первого на единицу, чтобы общая оценка объекта не изменилась.

Без ограничения общности принято, что критерии φ_{ij}, $i=1,\bar{}m$, $j=0,\bar{}n$ положительны и для повышения качеств системы их значения выгодно увеличивать.

Весовые коэффициенты, удовлетворяющие требованиям:

$\mu_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m_j}$, $\sum_{i=1}^{m_j} \mu_{ij} = 1$, *образуют множество Ì* $_j$.

На каждом уровне иерархии зададим бинарные отношения $\Phi_j(\mu_j), j=0,k$, порожденные агрегацией критериев качества φ

ij

, i=1,¯m

j

:

$$\Phi_j(\mu_j) = \left\{ (x^j, y^j) \in X_j^2 : \sum_{i=1}^{m_j} \mu_{ij} \varphi_{ij}(x_j) \geq \sum_{i=1}^{m_j} \mu_{ij} \varphi_{ij}(y_j) \right\}, \text{ где}$$

$$\mu_j = (\mu_{1j}, \mu_{2j}, \ldots \mu_{jm_j}) \in M_j = \left\{ \mu_j \in E_{m_j} : \mu_{ij} \geq 0, \sum_{i=1}^{m_j} \mu_{ij} = 1 \right\},$$

X_j - множество векторов, дающих описание подсистем *j* – го уровня, причем $X_j = g^{-1}_{kj}(X_k)$, *g*
-1

kj
- гомоморфное отображение.

Получили следующую иерархическую структуру:

$$Y_k = MAX(X_k, \Phi_k(\mu_k))$$

$$w_{0j}\left(\bigcap_{l=j+1}^{k} w_{0l}^{-1}(\mu_l)\right) \to \mu_j$$

$$Y_{j+1} \to Y_j = MAX(Z_{j,j+1}, \Phi_j(\mu_j))$$

$$Z_{j,j+1} = g_{j,j+1}^{-1}(Y_{j+1}), \ j = \overline{k-1,0}.$$

Для обеспечения объективности оценки качества подсистем всех уровней необходимо установить условия, обеспечивающие согласование решаемых задач на всех уровнях иерархической структуры. Для этого определим следующие конструкции:

1. Отображение $w_{0j}: M_0 \square\, 2^{Mt}, j=1,\bar{}k$
2. На множестве всех подмножеств 2^{X0} множества X_0 зададим бинарное отношение $S_0(N_0), N_0 \square M_0$ положив $P_0 S_0(N_0) Q_0$ тогда и только тогда, когда P_0 внешне устойчиво в модели $P_0 \square Q_0, \Phi_0(N_0))$.

Здесь $\Phi_0(N_0) = \bigcap_{\mu_0 \in N_0} \Phi_0(\mu_0)$.

Обозначим $X_*(\mu)=MAX(X_0,\Phi_0(\mu_0))$ - множество вариантов, обладающих наиболее высоким качеством. Предположим, что множество $X_*(\mu)$ непусто.

Следующая теорема устанавливает условия, позволяющие получать объективную оценку подсистем сложной иерархической системы, используя метод комплексного показателя для сравнения подсистем всех уровней:

Теорема. Пусть для $j=\overline{1,k}$ пары отображений $(g^{-1}{}_{0j},w^{-1}{}_{0j})$ являются гомоморфизмами моделей $\{(X_j,\Phi_j(\mu_j), \mu_j \in M_j\}$ в модель $\{(2^{X_0},S_0(N_0), N_0 \in M_0\}$. Тогда выполняются следующие условия:

I. $X_*(\mu) \subseteq Y_0$ если $Y_0 \neq 0$ и $\Phi_0(\mu)$ антисимметрично;

II. $X_*(\mu)=Y_0$, если $Y_0 \neq 0$, $\Phi_0(\mu)$ антисимметрично и $X_*(\mu)$ внешне устойчиво в $\{(X_0,\Phi_0(\mu_0)\}$.

Корректное задание весовых коэффициентов на всех уровнях здесь обеспечивает гомоморфизм пар отображений $(g^{-1}{}_{0jj}, w^{-1}{}_{0j}),j=\overline{1,k}$.

Доказательство теоремы можно провести, используя технику доказательства, представленную, например, в работе [4].

Список литературы

1. Моисеев Н.Н. Путь к очевидности. Расставание с простотой. М., Аграф, 1998.

2. Вязгин В.А., Федоров В.В. Математические методы автоматизированного проектирования. М.: Высшая школа, 1987.

3.Гафт М.Г. Принятие решений при многих критериях. М.: Знание, 1979, №7, с.64.

4.Ефремова Н.А. К вопросам моделирования сложных экологических систем.// В Сб. Системные проблемы надёжности, качества, информациионно- телекоммуникационных и электронных технологий в инновационных проектах. М.: Университет машиностроения, 2012, с.62-69.

{social}